Mecânica e Ondas – MO

Curso LERC

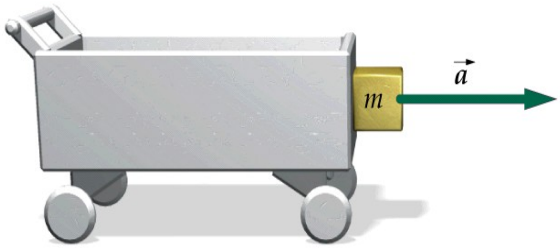
1º TESTE

2011/2012 – 2º Semestre – 2-04-2011 – 18h30m

Duração: 1h30 Resp: Prof. João Carlos Fernandes (Dep. Física)

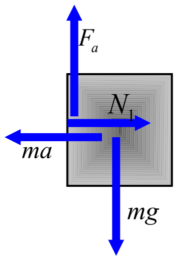
Nº: ___ Nome: ______________________________

PROBLEMA 1 (4 valores)



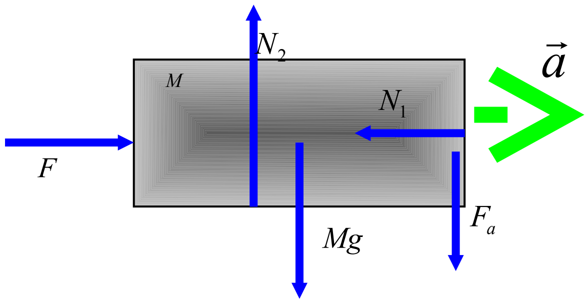
Um estudante de MO apostou com um amigo que conseguia deslocar um bloco de massa **m = 2 kg** apenas encostado a um carrinho de mão sem qualquer tipo de apoio (ver figura) e sem o deixar cair. Aceite a aposta, o estudante empurra o carrinho com uma força $\vec{F}$ horizontal. Admita que o coeficiente de atrito estático entre bloco e carrinho vale $\mu_S = 0.6$ e que o carrinho tem massa **M = 8 kg**.

a) Qual a força mínima que é necessário fazer?
b) Qual a aceleração mínima que é necessário imprimir ao sistema?
c) Qual a força de atrito correspondente à aceleração mínima que é necessário fazer?
d) Mostre que a aposta não depende da massa do bloco mas apenas do seu coeficiente de atrito estático.



a) O bloco é actuado por 4 forças, atrito e peso na vertical e normal e inércia na horizontal. Podemos escrever o sistema $\begin{cases} N = ma \\ 0 = mg - F_a \end{cases} \Rightarrow F_a = mg$. A força de atrito máxima é dada por $F_a^{\max} = \mu_s N = \mu_s ma$.

De onde concluímos que tem de haver uma aceleração mínima: $F_a^{\max} = \mu_s ma \geq mg \Rightarrow a \geq \dfrac{g}{\mu_s}$



O carrinho, na direcção do movimento, é actuado pela força F e pela normal. Podemos escrever a equação do movimento

$$Ma = F - N = F - ma \Rightarrow (M+m)a = F \Rightarrow a = \frac{F}{M+m}.$$

Obtém-se: $\dfrac{F}{M+m} \geq \dfrac{g}{\mu_s} \Rightarrow F_{\min} = (M+m)\dfrac{g}{\mu_s} = \dfrac{50}{3}g$

b) Para a aceleração mínima já temos a resposta:

$$a \geq \frac{g}{\mu_s} \Rightarrow a_{\min} = \frac{g}{\mu_s} = \frac{5}{3}g.$$

c) A força de atrito será sempre igual ao peso.

$$F_a = mg = 2g.$$

d) Embora a força a fazer dependa da massa do bloco, como se viu na alínea a), a aceleração só depende da razão g/μ_s.

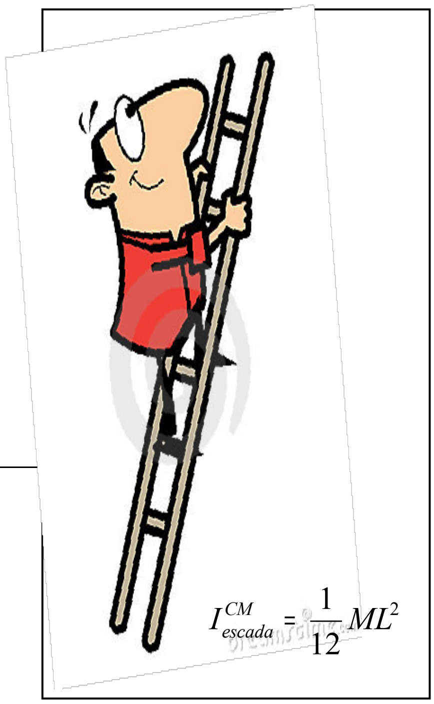
PROBLEMA 2 (4 valores)

Uma escada de comprimento **L** e massa **M** está encostada a um muro quase na vertical. No seu <u>topo</u> está um pintor de massa **m**. Quando o pintor se inclina ligeiramente para trás a escada começa a rodar em torno da sua base iniciando queda imediata. Que deve o pintor fazer, saltar logo para o chão ou deixar-se cair agarrado à escada?

a)Calcule a velocidade com que o pintor chega ao chão se saltar imediatamente do topo da escada.

b)Calcule a velocidade com que o pintor chega ao chão se vier agarrado à escada em rotação.

c)Faça a razão entre as duas velocidades encontradas anteriormente e conclua da decisão mais acertada.

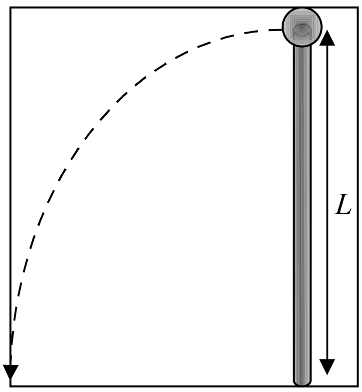


a) Existe apenas translacção. Pela conservação da energia mecânica:

$$mgL = \frac{1}{2} m v_a^2 \Rightarrow v_a = \sqrt{2gL}$$

b) Agora temos rotação da escada +pintor. $mgL + Mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2} I_{sistema} \omega^2$

Temos de calcular o momento de inércia do sistema escada + pintor



$$\begin{cases} I_{pintor} = mL^2 \\ I_{escada} = I_{escada}^{CM} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{4} ML^2 = \frac{1}{3} ML^2 \end{cases}$$

obtemos o I total: $I_{sistema} = \left(m + \frac{M}{3}\right) L^2$.

Regressando à equação da conservação:

$$\left(m + \frac{M}{2}\right) gL = \frac{1}{2} I_{sistema} \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2m + M}{I_{sistema}} gL = \frac{2m + M}{\left(m + \frac{M}{3}\right) L^2} gL = \frac{m + \frac{M}{2}}{m + \frac{M}{3}} \frac{2g}{L}.$$

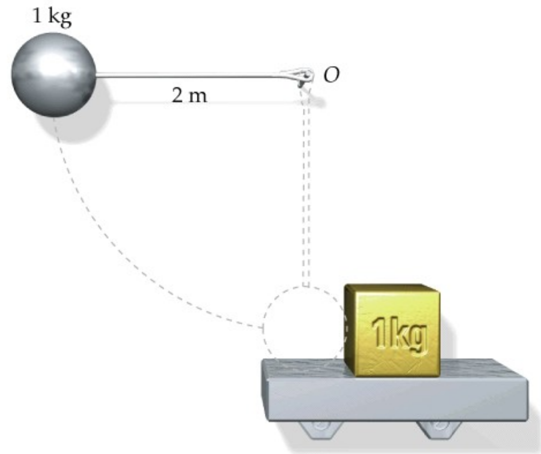
A velocidade linear do pintor quando chega ao chão pode calcular-se a partir da velocidade angular do sistema: $v_b = \omega L$ uma vez que está no topo da escada. $v_b^2 = \omega^2 L^2 = \frac{m + \frac{M}{2}}{m + \frac{M}{3}} 2gL$.

Obtém-se a solução: $v_b = \sqrt{\frac{m + \frac{M}{2}}{m + \frac{M}{3}}} \sqrt{2gL}$.

c) A razão entre velocidades $\frac{v_b}{v_a} = \sqrt{\frac{m + \frac{M}{2}}{m + \frac{M}{3}}}$ é sempre maior do que 1 concluindo-se que a velocidade de queda é maior quando agarrado à escada. Deve pois optar-se por saltar imediatamente.

PROBLEMA 3 (4 valores)

A bola da figura tem massa **m = 1 kg** e está pendurada num fio de comprimento **L = 2 m**, inextensível e de massa desprezável. Partindo da posição horizontal em repouso cai e tem uma colisão perfeitamente elástica com um bloco de massa **M = 1 kg** que está em repouso sobre uma prateleira rugosa. O coeficiente de atrito entre o bloco e a prateleira vale $\mu_K = 0.1$.



Qual a velocidade do bloco imediatamente após o impacto?
Qual a distância que o bloco percorre até parar?
Qual o tempo que o bloco leva a parar?

---

a) Na descida a bola adquire energia cinética. Podemos determinar a sua velocidade imediatamente antes da colisão: $mgL = \frac{1}{2}mv_a^2 \Rightarrow v_a = \sqrt{2gL}$. O choque é elástico o que significa conservação do momento linear e da energia cinética. $\begin{cases} mv_a = mv_d + MV_B \\ \frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}MV_B^2 \end{cases}$.

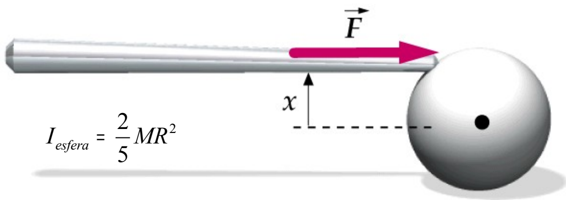
Neste exemplo m e M são iguais o que simplifica o sistema: $\begin{cases} v_a = v_d + V_B \\ v_a^2 = v_d^2 + V_B^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_a - v_d = V_B \\ v_a^2 - v_d^2 = V_B^2 \end{cases}$ a solução do sistema é: $\begin{cases} v_a = V_B \\ v_d = 0 \end{cases}$. A bola fica parada após o choque e o bloco segue com a mesma velocidade da bola antes da colisão. $V_B = v_a = \sqrt{2gL} = 2\sqrt{g}$.

b) O trabalho da força de atrito é igual à variação da energia cinética. $F_a = -\mu_k mg$, $-\mu_k mg\Delta x = -\frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2\mu_k g}V_B^2 = \frac{2}{\mu_k} = 20\text{ m}$.

c) O impulso é igual à variação do momento, $F_a\Delta t = -mV_B \Rightarrow \Delta t = \frac{mV_B}{\mu_k mg} = \frac{2\sqrt{g}}{\mu_k g} = \frac{2}{\mu_k\sqrt{g}} = \frac{20}{\sqrt{g}}$ s

PROBLEMA 4 (4 valores)

Uma bola de bilhar de massa **M** e raio **R** está em repouso sobre uma mesa horizontal quando é actuada por um taco horizontal a uma distância **x** do seu centro (ver figura) usando uma força $\vec{F}$ durante um curto intervalo de tempo.



a) Determine a relação entre as acelerações linear $\vec{a}$ e angular $\vec{\alpha}$, logo após o impulso, em função de **R** e **x**. (Ajuda: o momento da força **F** em relação ao centro de massa é dado por **Fx**).

b) Qual o valor de **x** para que a bola comece a rolar sem escorregar?

---

a) A partir do momento da força podemos relacionar as 2 acelerações. $\tau = F.x = I.\alpha$. Pela relação fundamental $F = Ma$ e o momento de inércia de uma esfera vale $I = \frac{2}{5}MR^2$. Tiramos a relação:

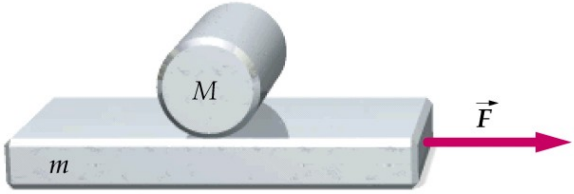
$$Max = \frac{2}{5}MR^2\alpha \Rightarrow a = \frac{2R^2}{5x}\alpha \ .$$

b) Para rolar sem deslizar a aceleração linear e angular estão ligadas pela relação: $a = \alpha R$.

Tiramos $\alpha R = \frac{2R^2}{5x}\alpha \Rightarrow x = \frac{2}{5}R$

PROBLEMA 5 (4 valores)

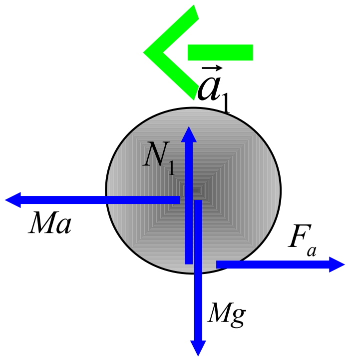
Um cilindro uniforme de massa **M** e raio **R** é colocado horizontalmente sobre um bloco de massa **m** em repouso. Tudo está em cima de uma mesa horizontal e não existe atrito entre o bloco e a mesa. Aplica-se uma força $\vec{F}$ horizontal sobre o bloco que o faz acelerar. Por sua vez o cilindro rola em cima do bloco sem escorregar. $I_{cilindro} = \frac{1}{2}MR^2$



Determine a aceleração do bloco **m** em relação à mesa.
Determine a aceleração linear e angular do cilindro **M** em relação ao bloco. Qual o seu sentido?

---

a) O cilindro é actuado na horizontal pela força de inércia e força de atrito. Adquire por isso aceleração angular α, no sentido anti-horário, e aceleração linear a_1, para a esquerda, em relação ao bloco. $\begin{cases} 0 = N_1 - Mg \\ Ma_1 = Ma - F_a \\ I\alpha = F_a R \end{cases}$,



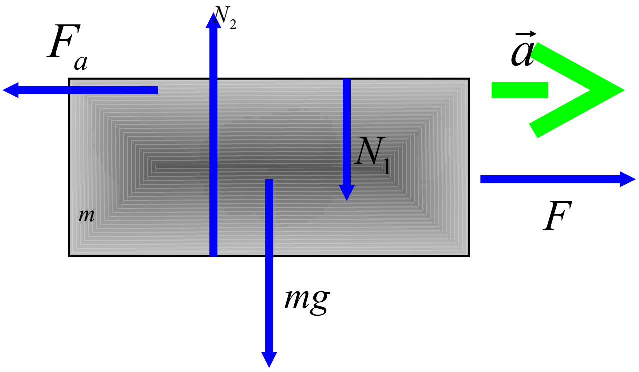
Não há escorregamento portanto as 2 acelerações estão relacionadas $a_1 = \alpha R$

$$; \begin{cases} N_1 = Mg \\ Ma_1 = Ma - F_a \\ \frac{I}{R^2} a_1 = F_a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_1 = Mg \\ \left(M + \frac{I}{R^2}\right) a_1 = Ma \\ \frac{I}{R^2} a_1 = F_a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_1 = Mg \\ \frac{3}{2} a_1 = a \\ \frac{1}{2} M a_1 = F_a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_1 = Mg \\ a_1 = \frac{2}{3} a \\ F_a = \frac{M}{3} a \end{cases}$$

Fazemos o mesmo para o bloco m.

$\begin{cases} 0 = N_2 - N_1 - mg \\ ma = F - F_a \end{cases}$ Substituindo entre os dois sistemas chegamos aos resultados pretendidos:

$$\left(m + \frac{M}{3}\right) a = F \Leftrightarrow a = \frac{F}{m + \frac{M}{3}}$$



b) Para o cilindro basta usar $a_1 = \frac{2}{3} a$, obtenho

: $a_1 = \frac{2}{3} \frac{F}{m + \frac{M}{3}} = \frac{2F}{3m + M}$ e para a aceleração angular $\alpha = \frac{a_1}{R}$ no sentido anti-horário.

FINAL do TESTE