Mecânica e Ondas – MO

Curso LERC

2º TESTE

TAGUS PARK

2010/2011 – 2º Semestre – 20-05-2011 – 10h00m

Duração: 1h30 Resp: Prof. João Carlos Fernandes (Dep. Física)

Nº: ___ Nome: ____**RESOLVIDO**________________________

Nas questões com escolha múltipla o espaço serve para a resolução. A escolha de uma solução sem a respectiva resolução implica um critério de avaliação negativo nas respostas erradas.

PROBLEMA 1 (2 valores)

A que altitude H um corpo tem metade da sua energia potencial à superfície **?**

Qual a altitude **H ?**

R/2	R	2R	R/4	4R

$$U = -\frac{gmR^2}{r} \Rightarrow U(R) = -gmR \quad ; \quad U(H) = -\frac{gmR^2}{R+H}$$

$$-\frac{gmR^2}{R+H} = \frac{1}{2}\left(-gmR\right) \Rightarrow R+H = 2R \Rightarrow H = R$$

PROBLEMA 2 (3 valores)

Qual a energia potencial de um corpo de massa **m** no centro da Terra? Dados: $P_{\text{interiorTerra}} = -\frac{gm}{R} r = -\frac{dU_{\text{int}}}{dr}$

Qual a energia potencial de um corpo no centro da Terra**?**

-mgR	**-mgR/2**	**-mgR/4**	**-3mgR/2**	**--mgR/3**

$$\frac{gm}{R} r = \frac{dU_{\text{int}}}{dr} \Rightarrow dU_{\text{int}} = \frac{gm}{R} rdr \Rightarrow U_{\text{int}} = \int \frac{gm}{R} rdr + C^{te} \Rightarrow U_{\text{int}} = \frac{gm}{R}\frac{r^2}{2} + C^{te}$$

$$U(R) = -gmR \Rightarrow U_{\text{int}}(R) = \frac{gm}{R}\frac{R^2}{2} + C^{te} = -gmR \Rightarrow C^{te} = -gmR - \frac{gmR}{2} = -\frac{3gmR}{2}$$

$$U_{\text{int}}(R) = \frac{gm}{R}\frac{r^2}{2} + C^{te} \Rightarrow U_{\text{int}}(r) = \frac{gm}{R}\frac{r^2}{2} - \frac{3gmR}{2}$$

$$U_{\text{int}}(0) = -\frac{3gmR}{2}$$

PROBLEMA 3 (2 valores)

Queremos colocar em órbita um satélite artificial a uma altitude igual ao raio da Terra. Qual vai ser o seu período de revolução ?

Qual o período de revolução?

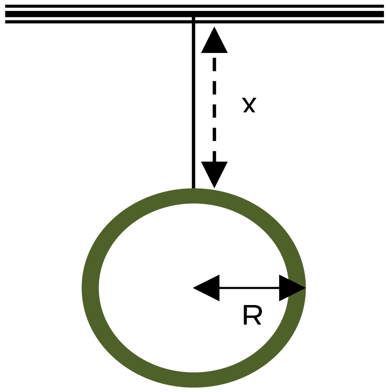
$4\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$	$2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$	$4\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$	$2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$	$4\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

$$\frac{gmR^2}{(R+H)^2} = m\omega^2(R+H) \Rightarrow \omega^2 = \frac{gR^2}{(R+H)^3}$$

$$H = R \Rightarrow \omega^2 = \frac{gR^2}{(R+R)^3} = \frac{gR^2}{8R^3} = \frac{g}{8R} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{8R}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{8R}} \Rightarrow T = 4\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

PROBLEMA 4 (3 valores)



O anel da figura tem raio **R** e momento de inércia **I = mR²** .
É ligado a um fio inextensível de massa desprezável e comprimento **x**.
Qual o valor de **x** para que o período de oscilação **T** seja mínimo?

Qual o valor de **x ?**

R	**R/2**	**0**	**R/3**	**R/4**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mdg}} \quad ; \quad I = mR^2 + m(R+x)^2 \quad ; \quad d = R + x$$

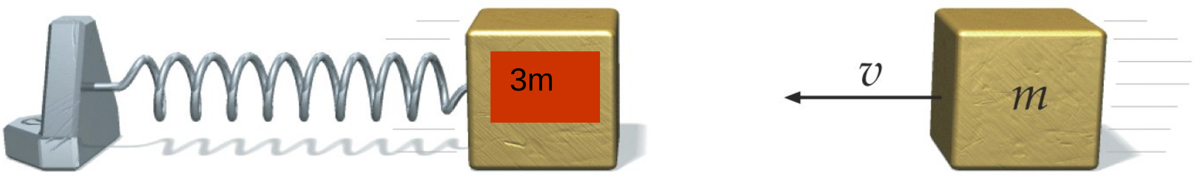
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mR^2 + m(R+x)^2}{m(R+x)g}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + (R+x)^2}{(R+x)g}}$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow (R+x)2(R+x) = [R^2 + (R+x)^2] \Rightarrow (R+x)^2 = R^2 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

PROBLEMA 5 (3 valores)

Uma massa **m** desloca-se com velocidade $\mathbf{v_0}$, choca horizontalmente com uma massa **3m** ligada a uma mola de constante **K** e ficam coladas após o choque. Qual a compressão máxima **A** da mola ?

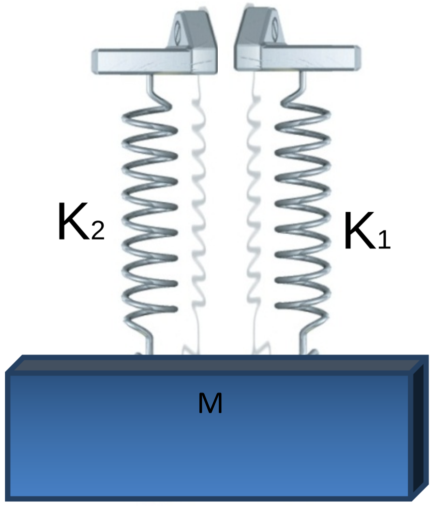


$$mv = (m + 3m)V \Rightarrow V = \frac{1}{4}v$$

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}(4m)V^2 \Rightarrow A^2 = \frac{4m}{K}V^2 \Rightarrow A = 2V\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$A = 2\frac{1}{4}v\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{v}{2}\sqrt{\frac{m}{K}}$$

PROBLEMA 6 (4 valores)



Duas molas de comprimento próprio $\mathbf{l_0}$ e constantes $\mathbf{K_1}$ e $\mathbf{K_2}$ sustentam uma massa **m .**

a. Quando o sistema está em equilíbrio estático qual a altura H de equilíbrio ?
b. Qual a frequência de oscilação do sistema?

$$a)\quad K_1(H-l_0)+K_2(H-l_0)=Mg$$
$$(K_1+K_2)H=Mg+(K_1+K_2)l_0$$
$$H=\frac{Mg}{K_1+K_2}+l_0$$

$$b)\quad F_1=-K_1x\ \ ;\ F_2=-K_2x\Rightarrow F=F_1+F_2=-(K_1+K_2)x$$
$$ma=\text{-}(K_1+K_2)x\Rightarrow a=-\frac{K_1+K_2}{m}x$$
$$\omega^2=\frac{K_1+K_2}{m}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{K_1+K_2}{m}}$$

PROBLEMA 7 (3 valores)

Submete-se a extremidade de um fio tenso a um vibrador que produz oscilações sinusoidais. Obteve-se deste modo uma onda transversal de equação $\Psi(x,t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (cm)$.

a) Determine a frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação desta onda.

b) Ao fim de quanto tempo a onda atinge o ponto do fio **x = 60 m ?** Nesse instante quantos picos (máximos) aparecem no fio ?

$$a) \quad \omega = \pi = 2\pi f \Rightarrow f = 0.5\ Hz \quad (\ T = 2\ s)$$

$$K = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6\ m$$

$$v = \frac{\omega}{K} = 3\ m/s$$

$$b) \quad \Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{60}{3} = 20\ s$$

$$\text{n} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{60}{6} = 10 \text{ picos}$$

FINAL do TESTE

Formulário

$$P_{\text{ext}} = -\frac{gmR^2}{r^2} \quad ; \quad P_{\text{int}} = -\frac{gm}{R}r \quad ; \quad \mathrm{U}_{\text{ext}} = -\frac{gmR^2}{r}$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2}KA^2 \quad ; \quad \mathrm{K}_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad ; \quad \mathrm{v}_{\max} = \omega A \;\; F_{\text{cent}} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \quad ; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mdg}} \quad ; \quad F_{elast} = -Kx$$

$$\omega = 2\pi f \quad ; \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad v = \frac{\omega}{K}$$

....